

GUÍA ETS

MATEMÁTICAS I

UNIDAD I. SISTEMAS DE NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS

I. En los ejercicios despeje a x

- 1) $|4x + 3| = 7$
- 2) $|7x| = 4 - x$
- 3) $2x + 3 = |4x + 5|$
- 4) $|5x - 3| = |3x + 5|$
- 5) $|4 + 3x| = 1$

II. Hallar el conjunto de soluciones de la desigualdad indicada e ilustre dicho conjunto de soluciones en la recta de números reales.

- 1) $5x + 2 > x - 6$
- 2) $\frac{x+1}{2} < \frac{x}{3+x}$
- 3) $\frac{2}{3x} - \frac{1}{2} \leq 0$
- 4) $(x - 3)(x + 5)$
- 5) $13 \geq 2x - 3 \geq 5$
- 6) $-2 < 6 - 4x \leq 8$
- 7) $x^2 + 3x + 1 > 0$
- 8) $x^2 \leq 9$
- 9) $\frac{4}{x-3} > \frac{2}{x-7}$
- 10) $1 - x - 2x^2 \geq 0$

III. En los ejercicios obtenga todos los valores de X para los cuales este número es real.

- 1) $\sqrt{8x - 5}$
- 2) $\sqrt{x^2 - 16}$
- 3) $\sqrt{x^2 - 3x - 10}$

IV. Resuelve la desigualdad y expresa las soluciones en términos de intervalos siempre que sea posible.

- 1) $|6x - 5| \leq -2$
- 2) $(x - 4)^2 > x(x + 12)$
- 3) $|3x - 9| > 0$
- 4) $|5x + 2| \leq 0$
- 5) $|2x + 5| < 4$

- 6) $|3x - 7| \geq 5$
- 7) $\left| \frac{2-3x}{5} \right| \geq 2$
- 8) $2| -11 - 7x | + 2 \geq 10$
- 9) $\frac{3}{|5-2x|} < 2$

V. En el siguiente ejercicio determinar todos los valores de $A > 0$ para cuales el enunciado es cierto.

Si $|x - 2| < 1$, entonces $|2x - 4| < A$

VI. Hallar las desigualdades de la forma $|x - c| < \delta$ cuya solución es el intervalo $(-2, 2)$.

I. Simplifique cada radical y expréselo en términos de i

- 1) $\sqrt{-25}$
- 2) $\sqrt{-81}$
- 3) $\sqrt{-0.04}$
- 4) $\sqrt{-1.44}$
- 5) $\sqrt{-75}$

II. Encuentre el valor de x & y

- 1) $x + yi = 7 - 2i$
- 2) $x + yi = 9 + 2i$
- 3) $6i - x + yi = 4 + 2i$

III. Resuelva las siguientes ecuaciones y exprese sus repuestas en la forma $a + bi$

- 1) $x^2 + x + 25 = 0$
- 2) $x^2 + 9 = 0$
- 3) $2x^2 + 3x + 7 = 0$

IV. Realice las operaciones indicadas. Exprese todas las respuestas en la forma $a + bi$

- 1) $(5 + 2i) + (-6 + 5i)$
- 2) $(4-3i)^2$
- 3) $(5 + 2i)(5 - 2i)$
- 4) $(-8 + 3i) - (4 - 3i)$
- 5) $(\sqrt{-9})^3$
- 6) $(2 - 3i) - i - (6 + \sqrt{-81})$
- 7) $(2 + i)(5 + 3i)$
- 17) $(2\sqrt{-16} + 3)(5\sqrt{-16} - 2)$
- 18) i^{99}
- 19) $\frac{(5+2i)(3-i)}{(4+i)}$
- 20) $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$

21) $\frac{4+i}{(3-2i)(4-3i)}$

V. Exprese el número en la forma polar y grafique en el plano

- 1) $z = 5 + 5i$
- 2) $z = -6 - 2i$
- 3) $z = -7i$
- 4) $z = 6$
- 5) $z = 9i$

UNIDAD II. POLINOMIOS

I. Halla todas las soluciones de la ecuación.

- 1) $4x^2 + x + 3 = 0$
- 2) $x^3 + 125$
- 3) $x^4 = 256$
- 4) $4x^4 + 25x^2 + 36 = 0$
- 5) $x^3 + x^2 + x - 3 = 0$
- 6) $3x^3 - x^2 + 11x - 20 = 0$

UNIDAD III. INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de Gauss-Jordan.

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| 1) $2x - y + z = 3$ | 3) $x - 2y + 2z = 0$ |
| $x + 3y - 2z = 11$ | $2x + 3y + z = 1$ |
| $3x - 2y + 4z = 1$ | $3x - y - 3z = 1$ |
| 2) $x - 3y + 2z = 1$ | 4) $2x + 4y - 10z = -2$ |
| $x + y - z = 2$ | $3x + 9y - 21z = 0$ |
| $3x - 5y + 3z = 4$ | $x + 5y - 12z = 1$ |

UNIDAD IV. FUNCIONES Y LÍMITES

1. Si $f(x) = -x^2 - x - 4$ halla $f(-2), f(0)$ y $f(4)$

2. Si $f(x) = -x^3 - x^2 + 3$ halla $f(-3), f(0)$ y $f(2)$

3. Si $f(x) = \sqrt{x-4}$ halla $f(4), f(8)$ y $f(13)$

4. Si $f(x) = \frac{x}{x-3}$ halla $f(-2), f(0)$ y $f(3)$

- En los ejercicios del 5 al 7, si a y h son números reales, encuentra:

a) $f(a)$, b) $f(-a)$, c) $-f(a)$, d) $f(a+h)$, e) $f(a) + f(h)$ f) $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

f) $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ si $h \neq 0$.

5. $f(x) = 5x - 2$

6. $f(x) = -x^2 + 4$

7. $f(x) = 2x^2 + 3x - 7$

- En los ejercicios del 8 al 13 encuentra el dominio de f

8. $f(x) = \sqrt{2x+7}$

9. $f(x) = \frac{\sqrt{4x-3}}{x^2-4}$

10. $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

11. $f(x) = \frac{1}{(x-3)\sqrt{x+3}}$

12. $f(x) = \sqrt{x^2-25}$

13. $f(x) = \frac{4x}{6x^2+13x-5}$

- En los siguientes ejercicios dibujar la gráfica y especificar el dominio y la imagen de la función dada.

$$23. f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$24. f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ 1 - x, & x > 0 \end{cases}$$

OPERACIONES CON FUNCIONES

- En los ejercicios 1 y 2 encuentra.

a) $(f + g)(3)$ b) $(f - g)(3)$ c) $(fg)(3)$ d) $(\frac{f}{g})(3)$

1. $f(x) = x + 3, \quad g(x) = x^2$

2. $f(x) = -x^2, \quad g(x) = 2x - 1$

- En los ejercicios del 3 al 5

a) $(f+g)(x), (f-g)(x), (fg)(x)$ y $(\frac{f}{g})(x)$

b) El dominio de $f+g, f-g, fg$ y $\frac{f}{g}$

3. $f(x) = x^2 + 2 \quad g(x) = 2x^2 - 1$

4. $f(x) = x^2 + x \quad g(x) = x^2 - 3$

5. $f(x) = \sqrt{x+5} \quad g(x) = \sqrt{x+5}$

- En los ejercicios 6 y 7 determina.

a) $(f \circ g)(x)$ c) $(f \circ f)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$ d) $(g \circ g)(x)$

6. $f(x) = 2x - 1, \quad g(x) = -x^2$

7. $f(x) = 3x^2, \quad g(x) = x - 1$

- En los ejercicios de 8 al 10 encuentra.

a) $(f \circ g)(x)$ c) $f(g(-2))$

b) $(g \circ f)(x)$ d) $g(f(3))$

8. $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = 3x + 7$

9. $f(x) = 4x$, $g(x) = 2x^3 - 5x$

10. $f(x) = |x|$, $g(x) = -7$

- En los siguientes ejercicios halla a) $(f \circ g)(x)$ y el dominio y b) $(g \circ f)(x)$ y su dominio.

11. $f(x) = x^2 - 3x$, $g(x) = \sqrt{x+2}$

12. $f(x) = \sqrt{x-2}$, $g(x) = \sqrt{x+5}$

13. $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$, $g(x) = \frac{x-5}{x+4}$

APLICACIONES DE FUNCIONES

1. Expresar el área de un círculo en función de la longitud de su circunferencia.
2. Expresar el volumen de un cubo en función del área de su superficie total.
3. Expresar el área de un triángulo equilátero en función de la longitud de un lado.
4. Una hoja metálica rectangular de perímetro 30 cm se enrolla formando un cilindro de altura h. Expresar el volumen del cilindro en función de h.
5. Una cuerda de 28 cm de longitud debe cortarse en dos pedazos. Con uno de ellos se formará un cuadrado y con el otro se formará un círculo. Expresar el área total limitada por el cuadrado y el círculo en función del perímetro del cuadrado.

LIMITES

Calcula los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{6x^2+3x^3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x^3-1}$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$$

$$7. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x}}{h}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - 3 \right) x$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 1}{x - 1}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 25} - 5}$$

13. Dada $f(x) = \frac{|x|}{x}$ calcular:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

14. Dada $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 3 & \text{si } -1 < x < 2 \\ 2 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$ calcular:

$$(a) \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x); \quad (b) \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x); \quad (c)$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{x + 4}$$

CONTINUIDAD

Determinar si cada una de las funciones siguientes es continua o no en el punto indicado. Si no lo es, determinar si la discontinuidad es evitable, de salto o infinita, si es evitable redefine la función para que sea continua la función.

$$1. g(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & x < 2 \\ 10, & x = 2 \\ 1 + x^3, & x > 2 \end{cases} \quad x = 2$$

$$2. f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad x = 0$$

$$3. f(x) = \begin{cases} x^2 + 4, & x < 2 \\ x^3, & x \geq 2; \end{cases} \quad x = 2$$

$$4. g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, & x \neq -1 \\ 0, & x = -1 \end{cases} \quad x = -1$$

$$5. \text{ Sea } f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1 \\ Ax - 3, & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{Determinar A sabiendo que f es continua en 1.}$$

UNIDAD V. LA DERIVADA

1. Calcula la siguiente derivada:

$$y = \text{Incos}\left(\frac{x-1}{x}\right)$$

2. Hallar las ecuaciones de la recta tangente y la recta normal en el punto indicado.

$$9x^2 + 4y^2 = 72 \text{ en } (2,3)$$

3. Usando la definición de derivada, hallar f' de $f(x) = \frac{1}{x^2}$

4. Hallar los puntos críticos y clasificar los valores extremos de

$$f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 6 \text{ en el intervalo } [-3,3] \text{ y hacer el grafico.}$$

5. Hallar el área máxima de un rectángulo que esté inscrito en un círculo de radio 4.
6. Hallar dos números positivos cuya suma sea S y cuyo producto sea máximo.

UNIDAD VI. LA INTEGRAL

$$1. \int \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x+1}} dx$$

$$2. \int_1^2 \frac{(x-3)}{x^3+x^2} dx$$

$$3. \int y^2 \text{sen} y dy$$

$$4. \int e^{-st} e^{-3t} dt$$

5. $\int \frac{s^2+6s+9}{(s-1)(s-2)(s+4)} ds$

6. $\int_{-\pi}^{\pi} (\pi - x) \cos nx dx$

7. $\int \tan x \sin x dx$

8. $\int \sin^6 x dx$

9. $\int x^3 \sqrt{a^2 - x^2} dx$

10. Dibujar la región limitada por las curvas y calcular su área

$$y = 5 - x^2, \quad y = 3 - x$$

BIBLIOGRAFIA

- Calculus vol. I
Etgen/ Salas/ Hille
Ed. Reverté
- Álgebra y Trigonometria con Geometría Analitica
Swokowski/Cole
Ed. Cengage
- El Cálculo con Geometría Analítica
Louis Leithold
- Cálculo Diferencial e Integral
Granville
- Cálculo Diferencial
UAM Espinoza
Ed. Reverté
- Cálculo de una variable
James Stewart
Ed. Cengage
- Cálculo I
Larson/Hostetler
Edwards
Ed. Mc Graw Hill